

Exercice N°1

Pour $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ On donne $\sin x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

- 1- Calculer $\cos 2x$
- 2- Vérifier que $\cos 4x = \sin x$, En déduire x

Exercice N°2

- 1- Montrer que pour tout réel $x \neq \frac{k\pi}{2}$ on a : $\cotg x = \frac{1+\cos 2x}{\sin 2x}$
- 2- En déduire la valeur de $\cotg \frac{5\pi}{12}$
- 3- Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sin 3x - 2\sin 4x + \sin 5x}{\cos 3x - 2\cos 4x + \cos 5x}$
 - a) Déterminer le domaine de définition de f
 - b) Simplifier le domaine de définition de $f(x)$
 - c) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation $f(x) = 2 + \sqrt{3}$
- 4- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(2 + \sqrt{3}) \sin x - \cos x = 1$

Exercice N°3

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1+2\cos 2x}{\sqrt{3}-2\sin x}$

- 1- Trouver le domaine de définition de f
- 2- Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation $f(x) = 0$
- 3-
 - a) Montrer que pour tout x dans D_f on a : $f(x) = \sqrt{3} + 2\sin x$
 - b) Déduire l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = 2\sqrt{3}$
 - a) Déduire les réels de D_f vérifiant $f(x) = f(\frac{\pi}{3} + x)$

Exercice N°4

- 1- Montrer que pour $x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$; on a : $\tg \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$
- 2- En déduire que $\tg \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$
- 3-
 - a) Transformer en produit l'expression : $\cos x + \cos 3x$
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos x + 2\cos 2x + \cos 3x = 0$
 - c) Construire les points images des solutions sur le cercle trigonométrique
- 4- On pose $f(x) = \frac{\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x}{\cos x + 2\cos 2x + \cos 3x}$
 - a) Déterminer le domaine de définition de f
 - b) Montrer que pour tout x dans D_f on a : $f(x) = \tg 2x$
 - c) Résoudre dans \mathbb{R} , $f(x) = \sqrt{2}-1$

Exercice N°5

- 1-
 - a) Vérifier que pour tout x réel on a : $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x = 2\cos(2x + \frac{\pi}{6})$
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x + \sqrt{3} = 0$
 - c) Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique
- 2- On pose $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x + \sqrt{3}$
 - a) Montrer que $f(x) = 4\cos x \cos(x + \frac{\pi}{6})$



b) Résoudre dans IR l'équation $f(x)=0$

Exercice N°6

1- Montrer que $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et que $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2- Résoudre alors dans IR l'équation : $(\sqrt{3}+1)\cos x + (\sqrt{3}-1)\sin x = 2$

Exercice N°7

1- Montrer que pour tout x réel on a : $2\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - 2\sin x \cos x = 1$

2- a) Transformer sous la forme $r\cos(x-\theta)$: l'expression $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x$

b) Résoudre alors dans IR puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = 1$

3- Soit $f(x) = \sqrt{3} - 2[\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{3}\sin^2 x]$

a) Montrer que $f(\frac{\pi}{2} + x) + f(x) = -2$

b) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = -\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x - 1$

c) En déduire que $f(x) = 1 - 4\sin^2(x + \frac{\pi}{12})$

Exercice N°8

Soient les fonctions $f(x) = \frac{-1+2\cos 2x}{1+\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x}$ et $g(x) = \frac{1+\sqrt{3}\operatorname{tg} x}{2}$

1- a) Mettre $\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x$ sous la forme $r\cos(2x-\theta)$

b) Résoudre dans IR puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $1 + \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$

2- Déterminer chacun des deux domaines de définition de f et g notés D_f et D_g

3- a) Montrer que pour tout x dans D_f on a : $f(x) = \frac{\cos^2 x - 3\sin^2 x}{2\cos x(\cos x - \sqrt{3}\sin x)}$

b) En déduire que pour tout x dans D_f on a : $f(x) = g(x)$ puis déduire la valeur de $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$

4- Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ l'inéquation : $g(x) \leq 0$

Exercice N°9

1- On pose pour tout x réel, $f(x) = 1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$

a) Montrer que $2\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \cos x + \sqrt{3}\sin x$

b) En déduire que $f(x) = 4\cos x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{6})$, puis déduire la valeur de $\cos \frac{\pi}{12}$

c) Résoudre dans IR puis dans $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ l'équation $f(x) = 0$

2- Soit $g : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{1+\cos 2x}{1+\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x}$; On pose $E =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\setminus \{-\frac{\pi}{6}\}$

a) Montrer que pour tout x dans E , $g(x) = \frac{\cos x}{2\sin(x + \frac{\pi}{6})}$. En déduire que

$\operatorname{cotg} \frac{\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$ (On pourra exprimer de deux manières $g(-\frac{\pi}{12})$)

b) Résoudre dans IR l'équation : $(2 + \sqrt{3})\cos x + \sin x = 0$

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $(2 + \sqrt{3})\cos x + \sin x > 0$